水理学の歌　作詞：仲座栄三
June 8, 2022

1.　おどろくばかりの　水理学
質量保存(則)　$\boldsymbol{dm} = V\boldsymbol{d\rho} + \rho \boldsymbol{dV} = 0$
ディエム　ディロー　ディーブイ

$(dm = d(\rho V) = 0)$

流れる川　寄せる波
みんな非圧縮でしょう

ダイバーゼロ　ディーローイコールゼロ
$div\ \boldsymbol{v} = 0$ なら　$d\rho = 0$
ρ =一定　質量保存則

なんて美しい〜　微分を積分
密度一定の　見える世界
流れるものよ　万年の

ディローディティ
あ〜あ〜　全微分だよ　$d\rho/dt$
偏微分へとつづく
あ〜あ〜　ろーティ　ろーティ
ユー・ロー・エックス

$d\rho/dt = \partial\rho/\partial t + u_1 \partial\rho/\partial x_1 + \cdots$

水理学の歌

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \boldsymbol{v} \cdot grad\rho = -\rho div\ \boldsymbol{v}$$

$$div\ \boldsymbol{v} = 0 \quad \frac{\partial \rho}{\partial t} + \boldsymbol{v} \cdot grad\rho = 0$$

状態方程式　$\rho = \rho(p)$

$$grad\rho = 0 \quad \frac{\partial \rho}{\partial t} = 0$$

1

2.　おどろくばかりの　運動方程式
Navier-Stokes Nakaza 方程式

$$\rho \frac{d\boldsymbol{v}}{dt} = \rho X - grad p + \mu \nabla^2 \boldsymbol{v} + \mu grad(div\ \boldsymbol{v})$$

加速度の項、外力の項
圧力項、粘性項から　なります

非圧縮ならば　渦なし($rot\ \boldsymbol{v} = 0$)で、
粘性項が　消える
重力ポテンシャルは $\Omega = gz$

全微分だよ　加速度の項
LocalとConvectionの 和の世界
非線形—のFluid Dynamics

あ〜あ〜　運動方程式だよ
Eulerに始まる

あ〜あ〜　ろーブイティー
ロ・エックス、$gradp$　ミュー・ブイー

$$\rho \frac{d\boldsymbol{v}}{dt} = \rho X - grad p + \mu \nabla^2 \boldsymbol{v} + \mu grad(div\ \boldsymbol{v})$$

水理学の歌

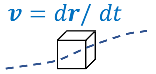
$$\rho \frac{d\boldsymbol{v}}{dt} = \rho X - grad p + \mu \nabla^2 \boldsymbol{v} + \mu grad(div\ \boldsymbol{v})$$

$$\nabla^2 \boldsymbol{v} = \mathrm{grad}\,(\nabla \cdot \boldsymbol{v}) - \nabla \times (\nabla \times \boldsymbol{v})$$

$$\boldsymbol{X} = -grad\,(gz)$$

Lagrange/Euler

$\boldsymbol{v} = d\boldsymbol{r}/\,dt$



$$\frac{d\boldsymbol{v}}{dt} = \frac{\partial \boldsymbol{v}}{\partial t} + (\boldsymbol{v} \cdot \nabla)\boldsymbol{v}$$

2

3.　いよいよ積分です　運動方程式
$grad$でまとめて　積分です

$$grad\left(\frac{\partial\phi}{\partial t}\right)+grad(1/2\boldsymbol{v}^2)=-grad(gz)-grad(dp/\rho)-\boldsymbol{v}\times(\nabla\times\boldsymbol{v})$$

流線($d\boldsymbol{r}=\boldsymbol{v}dt$)に沿って積分か、
渦なしの仮定が必要なのです。

$$grad\left(\frac{\partial\phi}{\partial t}+\frac{1}{2}\boldsymbol{v}^2+gz\right)\cdot d\boldsymbol{r}=-grad(dp/\rho)\cdot d\boldsymbol{r}$$

ローブイ二乗　ロジズイ

ベールヌーイの定理　$1/2\rho\boldsymbol{v}^2+\rho gz$
圧力pを　加えて　一〜定

$$\rho\frac{\partial\phi}{\partial t}+\frac{1}{2}\rho\boldsymbol{v}^2+\rho gz+p=const.$$

運動エネルギー　位置エネルギー
圧力(勾配)の成す仕事　その和は一〜定
Fluid dynamics、 Hydraulics

あ〜あ〜　ベールヌーイの定理
完結できたー
あ〜あ〜　質量保存則
運動量保存則

水理学の歌

Eulerの運動方程式

$$\frac{\partial\boldsymbol{v}}{\partial t}+(\boldsymbol{v}\cdot\nabla)\boldsymbol{v}=\boldsymbol{X}-grad\,(gz)-grad p/\rho$$

$\boldsymbol{v}=grad\phi$（$rot\,\boldsymbol{v}=0$、渦なし）

$$(\boldsymbol{v}\cdot\nabla)\boldsymbol{v}=1/2grad\boldsymbol{v}^2+\{\boldsymbol{v}\times(\nabla\times\boldsymbol{v})\}$$

状態方程式　$\rho=\rho(p)$

定常条件：　$\frac{\partial}{\partial t}=0$

3